

APROXIMAČNÍ ŘEŠENÍ DOPRAVNÍHO PROBLÉMU S INTERVALOVĚ ZADANÝMI POŽADAVKY SPOTŘEBITELŮ

H. Brožová

Katedra operační a systémové analýzy, provozně ekonomická fakulta, Vysoká škola zemědělská,
165 21 Praha 6 - Suchbát

Anotace

V textu je popsán algoritmus pro nalezení aproximačního degenerovaného řešení dopravní úlohy s intervalově zadaným požadavky spotřebitelů a nalezení optimální výše těchto požadavků.

Summary

The approximated algorithm for finding of approximated degenerated solution and optimal value of demands of transportation problem with interval defined demands is described.

Klíčová slova

Dopravní systém, dopravní úloha, intervalově zadané požadavky spotřebitelů, aproximační degenerované řešení.

Keywords

Transportation system, transportation problem, interval defined demands, approximated degenerated solution.

Modely pro optimalizaci resp. *minimalizaci dopravních nákladů při transportu materiálu mezi dodavateli a spotřebiteli* jsou dnes podrobně rozpracovány jak z hlediska teoretického tak praktického a jsou poměrně široce využívány. Existují jak metody pro nalezení optimálního řešení klasické dopravní úlohy i dopravních úloh s různými dodatečnými podmínkami nebo předpoklady, existují metody přesné - optimalizační algoritmy i přibližné - aproximační.

Tento článek se zabývá možností řešení jedné neúplně resp. *intervalově zadané dopravní úlohy* a autor v něm navrhuje algoritmus pro její *aproximační řešení*.

Definice problému

Cílem je najít způsob přepravy materiálu mezi n dodavateli a m spotřebiteli, který má nejmenší dopravní náklady a který vyčerpá kapacity dodavatelů.

Jsou zadány kapacity dodavatelů a_i ($i=1, \dots, n$), náklady na přepravu c_{ij} ($i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$) mezi i -tým dodavatelem a j -tým spotřebitelem a omezení velikosti požadavků spotřebitelů $b_{j,\min} \leq b_j \leq b_{j,\max}$ ($j=1, \dots, m$). Nalezt takové řešení znamená nalezt jak přepravovaná množství materiálu x_{ij} ($i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$) mezi i -tým dodavatelem a j -tým spotřebitelem a odpovídající náklady přepravy, tak optimální požadavky spotřebitelů $b_j, j=1, \dots, m$.

Matematická formulace této úlohy je následující

$x_{ij} = a_i$ sčítáme přes $j=1, \dots, m$ pro každé $i=1, \dots, n$

$x_{ij} - b_j = 0$ sčítáme přes $i=1, \dots, n$ pro každé $j=1, \dots, m$

$b_j \leq b_{j,\max}$ pro každé $j=1, \dots, m$

$b_j \geq b_{j,\min}$ pro každé $j=1, \dots, m$

$x_{ij} \geq 0$ pro každé $i=1, \dots, n$ a $j=1, \dots, m$

$c_{ij}x_{ij} \longrightarrow \text{MIN}$ sčítáme přes $j=1, \dots, m$ a $i=1, \dots, n$

V praxi se tento problém vyskytuje všude tam, kde je možnost dopravní systém (chápaný z hlediska klasické dopravní úlohy) teprve tvořit nebo upravovat, hledat vhodné umístění a kapacity spotřebitelů.

Řešitelnost úlohy

Je zřejmé, že tato úloha je řešitelná vždy případně s přidáním fiktivního dodavatele (je-li $b_{j,\min} < a_i$, kde sčítáme přes $j=1, \dots, m$ a $i=1, \dots, n$) nebo spotřebitele (je-li $a_i > b_{j,\max}$, kde sčítáme přes $j=1, \dots, m$ a $i=1, \dots, n$).

Nyní se budeme zabývat pouze úlohou, pro níž platí $b_{j,\min} \leq a_i \leq b_{j,\max}$, kde sčítáme přes $j=1, \dots, m$ a $i=1, \dots, n$. V tomto případě je zřejmé, že pro hledaná b_j , $j=1, \dots, m$ bude platit podmínka vyváženosti dopravní úlohy $b_j = a_i$, kde sčítáme přes $j=1, \dots, m$ a $i=1, \dots, n$.

Řešením dopravních úloh s podobnými dodatečnými podmínkami se zabývala řada autorů, např. Havlíček, Hášová 1978, Havlíček a kol. 1986, Rychetník a kol. 1968, Slabý 1984. Základní myšlenky řešení jsou následující.

Úlohu je možno řešit jako lineární optimalizační úlohu, ovšem při zachování prakticky všech nevýhod takového způsobu jako při řešení klasické dopravní úlohy, tj. nutností zpracovávat velkou a řídkou matici obsahující prakticky kromě nulových koeficientů velmi málo hodnot 1 a -1.

Je možno takovou úlohu řešit bez dodatečných podmínek omezení požadavků spotřebitelů s tím, že tyto požadavky pro řešení zadáme vysoké alespoň na úrovni jejich horních mezí. Takto úlohu vyřešit jako klasický dopravní problém. Pokud výsledné redukované požadavky (po odečtení fiktivního dodavatele) splňují dodatečná omezení, je řešení úlohy ukončeno. V opačném případě je nutno použít otevřených H-okruhů pro postoptimalizační úpravu řešení tak, aby toto upravené řešení splňovalo všechny podmínky na ně kladené.

Jiné algoritmy upravují různými způsoby ve vzájemné souvislosti kapacity dodavatelů a omezení požadavků spotřebitelů až je nalezeno výchozí řešení, které je dále optimalizováno klasickým postupem.

Aproximační degenerované řešení problému

Algoritmus řešení této úlohy, který zde bude navržen, vychází ze dvou principů přibližného řešení problému.

Velmi často se místo optimalizace dopravního systému a jeho optimálního řešení v praxi používá řešení přibližné, které je získáno některou z aproximačních metod pro nalezení výchozího řešení dopravní úlohy (např. Vogelova aproximační nebo Habrova frekvenční metoda nebo jejich kombinace). Tyto aproximační metody totiž nacházejí řešení velmi blízka optimálnímu a v praxi plně použitelná.

Další často používanou technikou pro nalezení řešení dopravní úlohy je záměrná degenerace řešení. Takové řešení totiž využívá méně přepravních tras, tedy méně dopravních prostředků. U tohoto řešení sice nejsou splněny všechny podmínky, u některých dodavatelů zůstane část materiálu nebo někteří spotřebitelé neobdrží vše, co požadovali. Tyto rozdíly ovšem nepřekračují uživatelem povolené hodnoty a vzhledem k degeneraci řešení je cena dopravy nižší.

Algoritmus řešení

I. Sestavení dopravní tabulky rozšířené o řádky dolních a horních omezení požadavků spotřebitelů. Hledané požadavky spotřebitelů $b_j, j=1, \dots, m$ a převážená množství $x_{ij}, i=1, \dots, n, j=1, \dots, m$ položíme rovny nule.

II. Výběr trasy (d_s) podle vhodné aproximační metody. Musí platit $a_d \geq 0$ a $b_{s,\max} \geq 0$.

III. Určení množství materiálu x_{ds} převáženého trasou (d_s).

Protože musí platit $x_{ds} \leq a_d$ a pro a_d nastane jedna ze tří možností, dostáváme tyto případy:

a) je-li $a_d < b_{s,\min}$ potom položíme $x_{ds} = a_d$

$$a_d = 0$$

$$b_{s,\min} = b_{s,\min} - a_d$$

$$b_{s,\max} = b_{s,\max} - a_d$$

b) je-li $b_{s,\min} \leq a_d \leq b_{s,\max}$ potom položíme $x_{ds} = a_d$

$$a_d = 0$$

$$b_{s,\min} = b_{s,\max} = 0,$$

c) je-li $a_d > b_{s,\max}$ potom položíme $x_{ds} = b_{s,\max}$

$$a_d = a_d - b_{s,\max}$$

$$b_{s,\min} = b_{s,\max} = 0.$$

IV. Aktualizace požadavku spotřebitele s ,

$$\text{položíme } b_s = b_s + x_{ds}.$$

V. Opakují se body II. až IV., dokud nejsou vyčerpány všechny kapacity dodavatelů, tedy neplatí $a_i = 0$ pro všechna $i=1, \dots, n$.

Závěr

Výsledné řešení je aproximační a degenerované. Protože tento algoritmus používá aproximační metodu pro řešení dopravní úlohy, je nalezené řešení velmi blízke optimálnímu a nemá smysl je dále optimalizovat. Obecně je toto řešení degenerované, neboť k degeneraci dochází vždy, kdy je

použit bod III.b). Vzhledem k bodu IV. je součet nalezených požadavků spotřebitelů roven součtu kapacit dodavatelů.

Literatura

Havlíček, J.: O vlastnostech řešení dopravní úlohy lineárního programování, Ek. mat. obzor, 6, č. 1, 1970.

Havlíček, J., Hášová, E.: Použití matematických metod při analýze struktury dopravních systémů v zemědělství, Zem. ekon, 24, č. 10, 1978.

Havlíček, J., Slabý, A.: Modelování dopravních systémů v kooperacích, závěrečná zpráva VÚ SPEV, 1980.

Havlíček, J. a kol.: Využití vybraných metod operační analýzy v racionalizaci služeb, Dílčí zpráva VÚ SPEV, 1986.

Slabý, A.: Kandidátská disertační práce, VŠZ Praha 1984.

Rychetník, L., Zelinka, J., Pelzbauerová, V.: Sbírka příkladů z lineárního programování,

SNTL/Alfa, Praha 1968.