

KLASIFIKACE PROCESŮ AUTOREGRESNÍ NEURONOVOU SÍTÍ

Arnošt Veselý, Igor Vajda

A. Veselý, Česká zemědělská universita,

I. Vajda, Ústav teorie informace a automatizace ČAV.

Anotace:

Na základě vlastností asymptotické diskriminační míry byla navržena neuronová síť se speciální architekturou (tzv. autoregresní neuronová síť), vhodná pro rozlišování náhodných procesů. Na počítači bylo modelováno chování této sítě v jednoduché rozhodovací situaci. Získané výsledky potvrdily teoretické předpoklady. Navržená metoda bude v budoucnosti testována na skutečných datech z oblasti rozlišování řečových signálů.

Summary:

Theoretical results concerning asymptotic discrimination information rate, gained in the recent years, were used for design of a neural network with a special structure, named autoregressive neural network. The behaviour of this network was tested on computer in a simple decision situation. The gained results confirmed theoretical assumptions. In future this method will be used for discrimination of speech signals.

Klíčová slova:

Náhodný proces, asymptotická diskriminační informační míra, klasifikace procesů, neuronová síť, adaptace, autoregresní neuronová síť.

Key words:

Random process, asymptotic discrimination information rate, classification of processes, neural network, learning, autoregressive neural network

Klasifikace procesů

Klasifikace náhodných procesů je důležitou součástí teorie umělé inteligence. Ke klasifikaci se obvykle používají:

- klasické metody (Anderson(1971), (Blahut(1987))
- neuronové sítě (vícevrstvé perceptrony) (Hornik (1989), Andreewsky (1991)).

Při větší dimenzi observačního prostoru jsou metody založené na adaptaci vícevrstevných perceptronů se zpětným šířením chyby (back propagation) příliš pomalé, neboť adaptace vyžaduje příliš mnoho adaptačních kroků.

V minulých letech dosažené teoretické výsledky týkající se asymptotické diskriminační informační míry (ADIR), (Michálek (1990)), dovolují navrhnout speciální architekturu neuronové sítě (tzv. autoregresní neuronovou síť) umožňující při klasifikaci stacionárních ergodických procesů rychlou adaptaci.

Autoři tohoto příspěvku rozpracovali tuto metodu klasifikace v rámci řešení grantového projektu Optimum decision and classification and coding by neural networks Grantové agentury ČAV.

Asymptotická diskriminační informační míra (ADIR)

Nechť náhodná data $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \subset R^n$ jsou generována náhodnými zdroji s hustotami pravděpodobnosti $p_\theta(x)$, $x \in X$, $\theta \in \Theta$. Rozlišitelnost zdrojů θ_0 a θ_1 lze měřit pro velkou dimenzi vzorků n pomocí tzv. asymptotické diskriminační informační míry $I(\theta_0, \theta_1)$ (asymptotic discrimination information rate - ADIR), pokud tato existuje:

$$I(\theta_0, \theta_1) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} I(p_{\theta_0, n}; p_{\theta_1, n}),$$

kde $I(p_{\theta_0, n}; p_{\theta_1, n})$ je Kullback-Leiblerova diskriminační informace definovaná vztahem:

$$I(p_0; p_1) = \int p_0(x) \log \frac{p_0(x)}{p_1(x)} dx.$$

O korektnosti použití ADIR pro rozlišování zdrojů θ_0 a θ_1 svědčí platnost následujících vztahů:

$$I(\theta_0, \theta_1) \in [0, \infty),$$

$$I(\theta_0, \theta_1) = 0 \quad \text{iff} \quad \theta_0 = \theta_1.$$

Aproximace stacionárního ergodického procesu ρ autoregresním procesem $\rho_{a,\sigma}$ se standardně provádí následujícím způsobem:

Nechť $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ jsou vzorky ze stacionárního ergodického procesu 2. řádu $\dots X_{-1}, X_0, X_1 \dots$ a $\rho = (R_0, R_1, \dots)$, $R_s = E X_k X_{k+s}$ jeho kovarianční funkce. Nechť $\rho_{a,\sigma}$ je kovarianční funkce autoregresního procesu $\dots X_{-1}, X_0, X_1 \dots$,

$$X_k = - \sum_{j=1}^m a_j X_{k-j} + Z_k,$$

$$a \in R^m, E Z_k = 0, E Z_k^2 = \sigma^2.$$

K procesu ρ stanovíme autoregresní proces ρ_{a_0, σ_0} tak, aby a_0, σ_0 bylo řešením Yule - Walkerových rovnic (pokud řešení existuje):

$$R_s = - \sum_{j=1}^m R_{s-j} a_j \quad 1 \leq s \leq m, R_{-k} = R_k,$$

$$\sigma^2 = R_0 + \sum_{j=1}^m R_j a_j.$$

Lze ukázat, že platí:

$$I(\rho, \rho_{a_0, \sigma_0}) = \min_{a, \sigma} I(\rho, \rho_{a, \sigma}).$$

Neboli autoregresní model ρ_{a_0, σ_0} je nejlepší aproximací procesu ρ ve smyslu metriky ADIR ve třídě všech autoregresních modelů.

Nechť proces $\rho = (R_0, R_1, \dots, R_m \dots)$ má spektrální hustotu $S(\lambda)$, $\lambda \in [-\pi, \pi]$ a $\rho_{a, \sigma}$ je autoregresní proces. Lze ukázat, že pro ADIR $I(\rho, \rho_{a, \sigma})$ platí (Michálek(1990)):

$$I(\rho, \rho_{a, \sigma}) = \frac{R A^t}{\sigma^2} - 1 + \ln \frac{\sigma_\rho^2}{\sigma^2}, \text{ kde}$$

$$R = (R_1 \dots R_m),$$

$$A = (A_0, \dots, A_m),$$

$$A_0 = \sum_{j=0}^m a_j^2, A_s = 2 \sum_{j=0}^{m-s} a_j a_{j+s},$$

$$\sigma_\rho = \exp \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln S(\lambda) d\lambda \right\} .$$

Pokud definujeme

$$R_{m+1} = 1 ,$$

$$w_k = \frac{A_k}{\sigma^2} , \quad k = 0, \dots, m ,$$

$$w_{m+1} = -1 + \ln \frac{\sigma_\rho^2}{\sigma^2} ,$$

lze psát

$$I(\rho, \rho_{a,\sigma}) = R w^t .$$

Klasifikace procesů

Mějme dva autoregresní procesy ρ_{a_0, σ_0} a ρ_{a_1, σ_1} . Definujme dvě třídy C_0 , C_1 výše uvažovaných ergodických procesů:

$$\rho \in C_0 \quad \text{iff} \quad I(\rho, \rho_{a_0, \sigma_0}) < I(\rho, \rho_{a_1, \sigma_1}) ,$$

$$\rho \in C_1 \quad \text{v opačném případě} .$$

Z výše uvedeného plyne

$$\rho \in C_0 \quad \text{iff} \quad R w_0^t < R w_1^t ,$$

$$\rho \in C_1 \quad \text{v opačném případě} .$$

Nebo též:

$$\rho \in C_0 \text{ iff } R w^t > 0 , w = w_1 - w_0 ,$$

$$\rho \in C_1 \text{ v opačném případě} .$$

Z výše uvedeného je zřejmé, že na základě svého vzorku $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ může být neznámý proces ρ klasifikován takto:

1. Stanovíme odhad

$$\hat{R} = (\hat{R}_0, \dots, \hat{R}_n) , \text{ kde}$$

$$\hat{R}_s = \frac{1}{n-s} \sum_{k=1}^{n-s} x_k x_{k+s} , 0 \leq s \leq m .$$

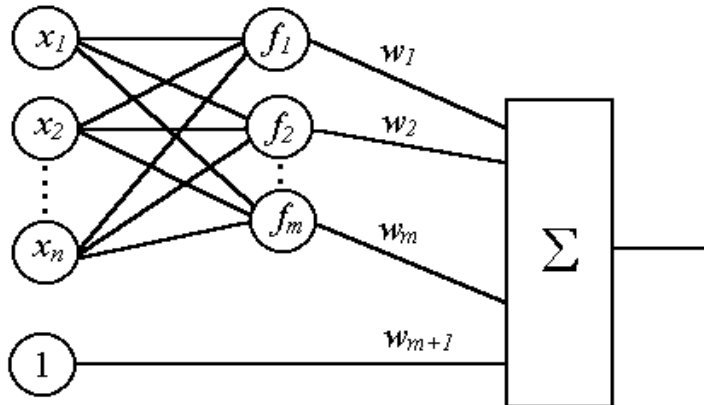
2. Klasifikace:

$$\rho \in C_0 \quad \text{iff} \quad \hat{R} w^t > 0 ,$$

$\rho \in C_I$ v opačném případě .

Ke klasifikaci je třeba znát vektor w^t , který lze získat z odhadu parametrů autoregresních procesů použitých v definicích kategorií C_0, C_I .

Klasifikační pravidlo lze rovněž representovat neuronovou sítí(tzv. autoregresní neuronovou sítí):



$$f_s (x_1 , \dots , x_n) = \frac{1}{n-s} \sum_{k=1}^{n-s} x_k x_{k+s} , 0 \leq s \leq m .$$

Váhový vektor w lze získat buď výpočtem podle výše uvedených vzorců nebo jej lze stanovit na základě učení. Je evidentní, že množiny C_0, C_I jsou lineárně separabilní v prostoru

$$(f_0, f_1, \dots, f_m, 1) \in \mathbf{R}^{m+2}.$$

Lze proto k adaptaci použít klasického perceptronového adaptačního pravidla.

Testování autoregresní neuronové sítě - rozlišování abstraktních procesů.

Navržená metoda byla testována na úloze rozlišování dvou abstraktních autoregresních procesů. Simulace autoregresní neuronové sítě byla provedena v jazyce C na pracovní stanici SUN. Byly generovány následující autoregresní procesy ($m = 1$) :

$$1.\text{proces} \quad a_I = 0.5 \quad \sigma^2 = 1/12 \quad 2.\text{proces} \quad a_I = -0.5 \quad \sigma^2 = 1/12$$

Autoregresní neuronová síť byla adaptována na N náhodně generovaných vzorcích $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Obě kategorie byly generovány náhodně se stejnou pravděpodobností.

Chyba klasifikace byla testována na 1000 dalších náhodně vybraných vzorcích. Získané výsledky jsou uvedeny v následující tabulce:

n	$N = 50$	$N = 100$	$N = 200$
10	0.148	0.297	0.244
20	0.034	0.027	0.031
30	0.000	0.000	0.000

Podle názoru autorů získané výsledky potvrzují správnost autory navrženého způsobu rozlišování procesů. V průběhu další práce autoři předpokládají aplikaci navržené metody v oblasti rozlišování řečových signálů (především rozlišování fonémů češtiny).Literatura:[1]

T.W.Anderson (1971): Statistical Analysis of Time Series. New York, John Wiley.[2]

E.Andreewsky (1991) : System science, psychology and cognition. System Science

Manual (Ed. M. Decleris), 137 - 152. European System Union, Athens.[3] R.R Blahut

(1987): Principles and Practice of Information Theory.Reading, Adison- Wesley.[4] P.

Michalek: Yule - Walker estimates and asymptotic I- divergence rate, Problems of

Control and Information Theory vol.19, 1990)[5] I.Vajda (1995): Statistical tests of optimality of source codes. Kybernetika 31, v tisku.

